

ОПУБЛИКОВАНО:

1. Козлов В.В., Кабирова Э.М. Анализ малых выборок. // “Вопросы оценки”, № 2, 2004, с. 34-39.

В.В. Козлов, директор ООО “Центр оценки”,
сертифицированный РОО оценщик;
Э.М. Кабирова, студентка Международного института рынка.
г. Самара

АНАЛИЗ МАЛЫХ ВЫБОРОК

Цель и границы исследования

В оценочной практике часто встречаются задачи оценки имущественных прав собственности, в частности объектов недвижимости с ограниченным обращением на рынке. Чаще всего данная ситуация характерна для объектов, расположенных за пределами крупных населенных пунктов, где довольно редко выставляются на реализацию объекты нежилого назначения: складские, производственные, административно-бытовые помещения, что затрудняет выполнение оценки сравнительным подходом.

Эта проблема, как правило, решается следующим образом:

- оценщик отказывается от выполнения оценки объекта оценки сравнительным подходом, обосновывая свое решение отсутствием объектов-аналогов;
- в качестве объектов-аналогов оценщик рассматривает объекты того же назначения, расположенные в других небольших населенных пунктах, как и объект оценки;
- оценщик определяет соотношение стоимостей развитого рынка недвижимости (например, квартирного рынка) в исследуемом и базовом районе и полученный индекс (мультипликатор) применяет к исследуемому рынку оцениваемой недвижимости с малой выборкой.

Такие подходы необоснованно упрощают задачу оценки и не учитывают тот факт, что цены формируются из определенных закономерностей, проявляющихся в конкретных условиях рынка, при конкретных связях между объектами.

Наблюдение цен с самого начала имеют измеримый характер, хотя на практике они чаще относятся к предложению, чем к отдельной сделке. Цена как массовому явлению соответствуют статистические закономерности, эконометрический анализ этих закономерностей дает возможность решить проблему “малых выборок” при оценке объектов сравнительным подходом.

Целью данного исследования является использование статистических методов выражения соотношения цен для выявления эконометрической корреляции “цена–количество” с последующей разработкой метода оценки объектов с малой выборкой в локальном сегменте рынка.

В сравнительной статистике цены рассматриваются как средние величины упорядоченного множества товаров одного и того же вида (родственные товары), относящиеся к определенным *времени и месту*. Исследуемые нами эконометрические зависимости действуют в рамках следующих допущений и ограничений.

1. Поскольку множество товаров (объектов оценки) неоднородно, имеет произвольные внутренние связи, под понятием множества понимается образец (искусственная единица, например, стоимость 1 м² объекта недвижимости), на основе которого исследуется процесс формирования цены. Объекты, входящие в “образец”, представляют среднюю динамику цен более однородных групп.

2. Цены являются величинами квазинепрерывного характера и в исследовании рассматриваются как непрерывные. Множество конкретных эластичных цен, представляющих среднюю динамику цен более однородных групп, имеет нормальное распределение, так как дифференциация цен в рамках сделки носит случайный характер и регулируется законом стоимости. Он функционирует таким образом, что вероятность все большего воздействия побочных факторов на общий результат постепенно и равномерно уменьшается по мере приближения к нулю.

3. Исследуемый рынок эластичен — эластичность спроса по цене $E_d > 1$, т.е. спрос резко реагирует на факторы, влияющие на него. Расчет коэффициента эластичности осуществляется по формуле $E_d = (\Delta Q/Q) / (\Delta p/p)$,

где

ΔQ — приращение объема спроса;

Q — среднее значение объема спроса;

Δp — приращение стоимости;

p — среднее значение стоимости.

4. Как известно, репрезентативность выборки в значительной мере зависит от ее объема. Малой выборкой принято считать выборку, объем которой варьируется в пределах от 5 до 30 единиц [1]. Случайные ошибки выборки при достаточно большом объеме ($n > 25$) распределяются нормально, случайные ошибки малой выборки (объем $n \leq 25$) не подчиняются закону нормального распределения и описываются распределением Стьюдента.

5. Критерием достоверности результатов оценки может служить доверительная вероятность F при заданном коэффициенте доверия t , который является квантилем нормального распределения для больших выборок либо отношением Стьюдента для малых выборок. Они характеризуют область средних значений исследуемой величины, выход за пределы которой имеет весьма малую вероятность $f = 1 - F$.

Мы полагаем значение доверительной вероятности $F = 0,884$ при коэффициенте доверия $t = 2$ для объема выборки $n = 5$ вполне приемлемой величиной для оценочной практики и считаем эти значения пограничными, выше которых исследование рынка и оценка объектов могут быть осуществлены обычными методами. Наша задача заключается в определении наиболее корректного способа переноса статистических закономерностей открытого и конкурентного (“идеального”) рынка на объекты оценки с объемом выборки $n < 5$ в *локальном месте*.

Эконометрический аспект соотношения цен

Всякому элементу набора родственных объектов на рынке присущи две измеримые характеристики: *количество* и *цена*. Цена и количество логически связаны между собой. В большинстве сделок в условиях, когда деньги являются всеобщим эквивалентом, цена расчетным образом выражает в деньгах отношение стоимости к его количеству.

Если соотносимыми величинами на рынке являются статистические множества, то мы можем с целью выявления действующих здесь закономерностей сопоставить их путем вычитания (аддитивные связи) или деления (мультипликативные связи). Сопоставление соответствующих описательных характеристик позволяет однозначно и точно установить количественные связи между сопоставимыми статистическими множествами. Если связи носят причинно-следственный (односторонний) характер, то можно рассчитать корреляцию двух рядов статистических единиц этих множеств.

Выявление корреляционных зависимостей “цена–количество”, как правило, строится на базе мультипликативного подхода, при этом под словом соотношение понимается одновременное проявление двух логически связанных величин, под словом же “корреляция” — их взаимозависимость. Соотношение в широком смысле означает связь чисел, а соотношение в строгом смысле — результат деления этих двух чисел.

Показатель соотношения цен в рамках одного сочетания цен применяется в том случае, если сравниваются два элемента множества цен неоднородных продуктов в определенный период времени и в определенном месте:

$$r_{j/i}^{(pc)} = p_j^{(c)} / p_i^{(c)} \text{ для } i \neq j,$$

где

$p_j^{(c)}$ — цена j -го товара в исследуемый период или в исследуемом регионе;

$p_i^{(c)}$ — цена i -го товара в исследуемый период или в исследуемом регионе.

С соотношениями мы имеем дело и тогда, когда сопоставляем две различные дифференцированные группы. Соотношение такого рода можно представить следующим образом:

$$p_1^{(c)} / p_1^{(s)}, p_2^{(c)} / p_2^{(s)}, p_3^{(c)} / p_3^{(s)}, \dots, p_n^{(c)} / p_n^{(s)}.$$

Следовательно, соотношение цен — числовое отношение двух средних цен в определенном времени и в определенном пространстве.

Неточности в относительных сопоставлениях описательных параметров цен на разные объекты могут объясняться, в частности, тем, что на практике мы обычно пользуемся среднеарифметическими величинами. Если колебания цен незначительны, то не взвешенные средние могут быть достаточно адекватными, особенно если соотношения цен стремятся к прямой пропорциональности.

Если объекты реализуются по разным ценам в одном районе в одно время, то следует рассчитать средние цены не исходя из простой средней арифметической отдельных конкретных цен, а взвешивая каждую конкретную цену количеством товаров, продаваемых по данной цене. Благодаря этому единицы количества мы можем считать единицами частоты. Следовательно, количество продуктов выражает частоту проявления конкретных цен, а денежная стоимость продукта является суммой взвешенных цен.

Теснота связи между двумя признаками измеряется рядом показателей, наиболее важным и применяемым из которых является коэффициент корреляции, оценка которого по выборочным данным определяется по формуле

$$r_{yx} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\delta_x \cdot \delta_y}; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j; \quad \overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j y_j;$$

$$\delta_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2; \quad \delta_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2.$$

С точки зрения статистики ясно, что каждая средневзвешенная будет, как правило, отличаться от средней не взвешенной. Если r_{pq} — коэффициент корреляции между ценами и весами, а V_p и V_q — коэффициенты изменения цен и количеств, то разница между соотношением цен, рассчитанных на основе простой средней p , и соотношением средневзвешенных цен p' будет определяться в соответствии с правилом Борткевича, по следующему равенству [2]:

$$p' = p + r_{pq} \times \delta_p \times \delta_q / q,$$

или отношение сопоставляемых цен:

$$p' / p = 1 + r_{pq} \times V_p \times V_q,$$

откуда

$$(p'_j / p'_i) / (p_j / p_i) = (1 + r_{pq}^j \times V_p^j \times V_q^j) / (1 + r_{pq}^i \times V_p^i \times V_q^i),$$

или

$$r'_{j/i} / r_{j/i} = (1 + r_{pq}^j \times V_p^j \times V_q^j) / (1 + r_{pq}^i \times V_p^i \times V_q^i),$$

где

p'_j — средневзвешенная цена j -го продукта,

p'_i — средневзвешенная цена i -го продукта,

p_j — среднеарифметическая цена j -го продукта,

p_i — среднеарифметическая цена i -го продукта,

q_j — количество j -го продукта,

q_i — количество i -го продукта,

r_{pq} — коэффициент корреляции между ценами и количеством,

δ_q — стандартное отклонение количества,

δ_p — стандартное отклонение цен,

V_p — коэффициент изменения цен,

V_q — коэффициент изменения количества,

q — среднеарифметическое количество.

Коэффициент корреляции является безразмерной величиной, его значение не зависит от выбора единиц измерения обоих признаков. Коэффициент корреляции принимает значение от -1 до 0 , если связь обратная, и от 0 до $+1$, если связь прямая.

Если значение коэффициента по абсолютной величине близко к единице, то между признаками существует тесная линейная связь, если – близко к 0, то это свидетельствует об отсутствии линейной связи между признаками, но не об отсутствии связи между ними вообще.

Весьма проблематично сделать обоснованный вывод о наличии линейной связи, если коэффициент корреляции принимает небольшие значения — меньше или равно 0,5. В таких случаях можно провести проверку гипотезы о значимости связи. Если распределение x, y — нормальное, то выборочный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, если выполняется условие:

$$|r_{xy}| \geq \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{(n-2)}{t_{\alpha, n-2}^2}}}$$

где

$t_{\alpha, n-2}^2$ — критическое значение распределения Стьюдента с $(n - 2)$ степенями свободы, соответствующее уровню значимости α .

Для практического применения рекомендованы упрощенные критерии оценки тесноты связи. В табл. 1 указаны абсолютные значения коэффициента корреляции.

Таблица 1. Количественные критерии оценки тесноты связи

Абсолютная величина коэффициента корреляции	Характер связи
До 0,3	Практически отсутствует, слабая
От 0,3 до 0,5	Умеренная
От 0,5 до 0,7	Заметная
От 0,7 до 0,9	Сильная
От 0,9 до 0,99	Очень сильная

Важным моментом, который многие упускают из вида, является тот факт, что коэффициент корреляции достаточно точно оценивает степень тесноты связи лишь при наличии линейной зависимости между признаками.

Постановка и решение задачи

Так как рынок является эластичным, то предполагается наличие комплекса внутренних соотношений цен и индексов для определенной группы объектов купли-продажи. В частности выполняется правило Борткевича:

$$p' = p + r_{pq} \times \delta_p \times \delta_q / q,$$

где r_{pq} — коэффициент корреляции между ценами и количеством, характеризует индивидуальное соотношение цен для исследуемых количеств.

Определив внутреннее соотношение цен объектов недвижимости на рынке на примере известного нам квартирного рынка в определенный промежуток времени (базовый рынок), эти связи можно перенести на исследуемый рынок. Цена на j -й объект растет (падает) таким же темпами, как и цены на остальные аналогичные объекты, т.е. система внутренних соотношений цен стабильна: $r_{ji} = \text{const}$.

Определив коэффициенты корреляции для квартирного рынка в городе S и квартирного рынка в городе N и найдя соотношение этих коэффициентов r_{ji} , можно утверждать, что данное соотношение будет действительно, например, для производственных площадей. Зная стоимости предложений по производственным помещениям в городе S и r_{ji} , можно определить стоимость производственных помещений в городе N . Полагая $p^{\text{бын}} \cong p'$, можно определить $p_{nN}^{\text{бын}} = (p'_{kN} / p'_{kS}) \times p'_{nS}$. Можно также показать, что выражение $p_{nN}^{\text{бын}} = (r_{j(pkN, qkN)} / r_{i(pkS, qkS)}) \times p_{nS}^{\text{бын}}$ отличается от предыдущего на малую величину второго порядка. Эта формула предпочтительнее, поскольку на основании $r_{ji} = \text{const}$ соотношение корреляционных коэффициентов можно опре-

делить по другим сегментам рынка. Здесь $p_{nN}^{\text{рын}}$ — рыночная стоимость производственных помещений в городе N ; $r_{j(pkN,qkN)}$ — коэффициент корреляции для квартирному рынка в городе N ; $r_{i(pkS,qkS)}$ — коэффициент корреляции для квартирному рынка в городе S ; $p_{nS}^{\text{рын}}$ — рыночная стоимость производственных помещений в городе S .

Алгоритм расчета стоимости объектов оценки на ограниченном сегменте рынка. Метод анализа малых выборок на примере оценки объектов недвижимости.

Преамбула. S – город с развитым (“идеальным”) рынком недвижимости, N – город с достаточной выборкой объектов-аналогов на рынке жилой недвижимости и недостаточным объемом выборки по объекту оценки (недвижимость профильного назначения). Оба города N и S находятся в одном регионе. Объект оценки — недвижимость профильного назначения в городе N .

1. На основе допустимой ошибки оценки стоимости объектов недвижимости определяют необходимые объемы выборки по исследуемым группам с учетом выбросов:

- выборка по квартирному рынку в городе N ;
- выборка по квартирному рынку в городе S ;
- выборка по рынку недвижимости профиля, аналогичного объекту оценки, в городе S .

2. Находят эластичность исследуемых сегментов рынка; должно выполняться условие $E_d > 1$.

3. Получают стабильность внутренних соотношений цен исследуемых сегментов рынка $r_{ij} = \text{const}$ — цена на определенную группу объектов j растет (падает) такими же темпами, как и цены на другую группу объектов i , расположенных в одной ценовой зоне и выставленных на реализацию в один период времени.

4. Проверяют значимость корреляционной связи $|r_{pq}| \geq \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{(n-2)}{t_{\alpha, n-2}^2}}}$.

5. Определяют рыночную стоимость объекта оценки по описанной выше методике.

Заключение. Коэффициент корреляции между ценой и количеством для рынка недвижимости принимает значение от -1 до 0 , что говорит о существовании обратной связи между количеством предлагаемых объектов и ценой реализации. С увеличением количества объектов на рынке недвижимого имущества цена падает.

Реализацию предлагаемого метода покажем на примере (см. табл. 2)

Таблица 2. Пример расчета стоимости объектов оценки на ограниченном сегменте рынка

Показатели	Город S	Город N
Выборка квартирному рынка, шт.	67	49
Коэффициент эластичности	2,71	1,22
Критическое значение распределения Стьюдента с $(n - 2)$ степенями свободы, соответствующие доверительной вероятности 0,954	2,034	2,050
Коэффициент корреляции между ценами и количеством	-0,5388	-0,44905
Значимость корреляционной связи	0,245	0,2864
Среднеарифметическая стоимость, у.е./м ²	450	384
Средневзвешенная стоимость, у.е./м ²	444,117	370,82
Изменение по цене	42,5778	95,7
Изменение по количеству	11,0254	12,6
Среднеарифметическое количество	43	41,3
Выборка производственных помещений, шт.	14	—
Среднеарифметическая стоимость, у.е./м ²	112	—
Средневзвешенная стоимость, у.е./м ²	96	—
Соотношение коэффициентов корреляции	0,4491/0,5388 = 0,8335	
Стоимость 1 м ² производственных помещений в городе N	0,8335×96 у.е./м ² = 80,0 у.е./м ²	

Если определить не взвешенное (среднеарифметическое) соотношение стоимостей развитого квартирного рынка в городах N и S и полученный индекс применить к исследуемому рынку производственных помещений, получим $112 \times 384 / 450 = 95,6$ у.е./м², что на 19,5 % больше, чем стоимость, полученная методом малых выборок. Для сравнения стоимость по средне-взвешенной пропорции составляет 80,16 у.е./м².

Таким образом, анализ малых выборок существенно влияет на результаты оценки и, на наш взгляд, наиболее точно отражает закономерности ценообразования на рынке.

Литература

1. *Сивец С.А., Левыкина И.А.* Эконометрическое моделирование в оценке недвижимости. Запорожье: Полиграф, 2003. 220 с.
2. *Кендельский М.* Статистические методы исследования структуры цен. М.: Статистика, 1976. 143 с.

: b2bkv@yandex.ru

----- Original Message -----

From: "mayex" <mayex@yandex.ru>

To: <info@pcr.org.ru>; <cj@pcr.org.ru>

Sent: Monday, June 28, 2004 3:35 PM

Subject: публикация в "Вопросах оценки" № 2'2004

> Уважаемый Вячеслав Венедиктович!

> Статья "Анализ малых выборок" (авторы В.В. Козлов, Э.М. Кабирова)

планируется к публикации в журнале "Вопросы оценки" № 2'2004. В связи с этим у редакции есть к Вам некоторые вопросы. Пожалуйста, внимательно прочитайте формулы. Обратите внимание на различие обозначений P и p - вероятность, стоимость (цена?). Проверьте правильность употребления обозначений. При необходимости внесите правку в прикрепленный файл (не в свой старый вариант!). Заодно прочитайте всю статью, утвердите редакционную правку. Просьба ответить на письмо до 5 июля. Заранее спасибо.

> Светлана Серебрякова, редакция журнала "Вопросы оценки".